LUNDS TEKNISKA HÖGSKOLA
MATEMATIK

TENTAMENSSKRIVNING
DISKRET MATEMATIK
2015–08–22 kl 8–13

HJÄLPMEDEL: Miniräknare. Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar. Skriv fullständiga meningar och förklara dina beteckningar. Svaren får innehålla Stirlingtal, men skall i övrigt förenklas så långt som möjligt och får alltså inte innehålla exempelvis binomialkoefficienter eller summatecken.

1. Betrakta par av heltal, (a, b) med $b \neq 0$. Två sådana par (a, b) och (c, d) står i relationen $\mathcal{R}$ till varandra om och endast om $ad = bc$.

a) Visa att $\mathcal{R}$ är en ekvivalensrelation. (0.6)

b) Hur många av ekvivalensklasserna för $\mathcal{R}$ kan representeras av minst ett heltalspar (a, b) med $1 \leq a \leq 4$ och $1 \leq b \leq 3$? (0.4)

2. Låt a_n vara antalet sätt n (identiska) chokladbitar kan fördelas på Anders, Björn, Cecilia, Daniel och Erik om de skall få minst fyra bitar var, Cecilia skall få ett jämnt antal och Erik ett udda antal. Bestäm en genererande funktion för följden $\langle a_1, a_2, a_3, \ldots \rangle$. Svaret skall anges som en rationell funktion.

3. När man spelar på Lotto väljer man en rad bestående av sju tal mellan 1 och 35. Sedan dras den rätta raden bestående av sju tal. Vad är sannolikheten för minst fyra rätt, dvs för att minst fyra av de valda talen finns med i den rätta raden?

4. a) Formulera och bevisa Fermats lilla sats. (0.5)

b) Visa att resten då 8^k delas med 11 endast beror på entalssiffran i k. (0.5)

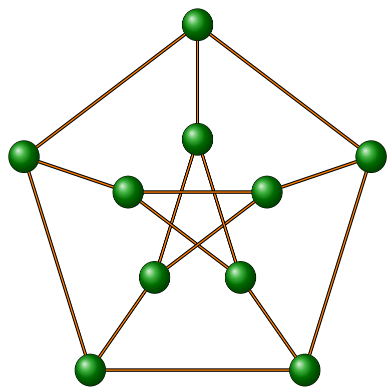
5. På hur många sätt kan bokstäverna i ordet SOMMARLOV ordnas så att inget av orden SOM, ROS och LAMM förekommer?

6. Betrakta Petersengrafen, P:

a) Hur lång är den kortaste cykeln i P? (0.1)

b) Visa att P inte är planär. (0.4)

c) Visa att P inte har någon hamiltoncykel. (0.5)



LYCKA TILL!