Nytt skrivningsformat för skriftliga tentamina i matematik

Anders Holst

17 september 2018

Introduktion

Från och med höstterminen 2018 kommer vi succesivt att införa ett annorlunda format för de skriftliga tentamina i matematik. Under läsåret 2018/2019, med start i tentamensperioden i oktober, kommer det nya formatet att användas på obligatoriska tentamina för årskurs 1: Under HT 2018 gäller det Endimensionell analys och Linjär algebra, under VT 2019 även Flerdimensionell analys. Under läsåret 2019/2020 omfattas även kurserna i årskurs 2.

Det nya formatet används även för äldre studenter som tenterar om.

Detta dokument beskriver den nya strukturen. Målet är att det skall bli tydligare att urskilja vad som är minimikravet på kursen och vad som krävs för överbetyg. Vi fokuserar ibland på endim-kursen, dels för att konkretisera, men också för att den är lite speciell.

Skrivningens grundstruktur

Skrivningarna kommer att bestå av två delar, en godkäntdel om sex uppgifter och en överbetygsdel om fyra uppgifter. Den student som klarar godkäntdelen är godkänd och berättigad till betyget 3. För att få en 4:a eller en 5:a behöver man dessutom klara delar av överbetygsdelen. Här kommer en mer detaljerad beskrivning av delarna.

Godkäntdelen

Delen består av 6 uppgifter. Problemens svårighetsgrad ska svara mot den som dagens problem 1–3 har. Dessutom ska de vara konstruerade så att det skall vara möjligt att få delpoäng om studenten har lärt sig grunderna inom det område uppgiften hör till, även om hen inte kan lösa det specifika problemet (t.ex. kan man ha en grundläggande teoridel med en definition eller något liknande). Problemen ska endast spegla standarduppgifter som räknats upprepade gånger under kursens gång.

För att bli godkänd på denna del måste studenten

- klara hälften av poängen (enligt ett nytt poängsystem som diskuteras nedan) på delen, samt
- ha tagit poäng på minst 5 av de 6 problemen.

Argumentet för att studenten måste ta poäng på 5 av 6 problem är att vi vill närma oss Bologna-riktlinjerna för examination; det ska i princip inte vara möjligt att hoppa över flera avsnitt helt och ändå bli godkänd.

Den student som uppfyller dessa kriterier är berättigad till betyg 3. För att bli godkänd på endim-kursen behöver man klara denna del på samtliga delkurser. Även om godkänd/underkänd bestäms av en poängräkning inom delen, så används dessa poäng inte till något annat än att avgöra om man är godkänd eller inte.

Överbetygsdelen

Denna del består av fyra uppgifter med mer av problemlösningskaraktär, och ska i svårighetsgrad svara mot dagens skrivningsuppgifter 5–6. Dessutom kan en uppgift vara ännu lite svårare (som t ex 6:e uppgiften på B2-tentan i januari 2017[1]) än dessa normalt är. Minst en, helst två, av dessa bör, på kurser där detta är relevant, vara benämnda uppgifter (”läsetal”) med någon form av modelleringssteg (vi sysslar med en teknisk utbildning).

Betyg 4 och 5 bestäms med hjälp av ett poängsystem som diskuteras nedan. Slutbetyg på endim-kursen bestäms av heltalsdelen av medelvärdet av betygen på deltentorna (där delkursen A3 har dubbel vikt för A-spåret). En student som har betygen 4 och 5 på B1 respektive B2 får alltså slutbetyget 4.

Nytt poängsystem

Istället för att detaljbedömma uppgifter med en precision på 0.1 per uppgift bedöms varje uppgift med 0, 1, 2 eller 3 poäng enligt följande förenklade system:

- 1p: Studenten har inte löst uppgiften men gjort några initiala steg som är relevanta för problemets lösande.
- 2p: Studenten vet hur problemet ska lösas men har inte fått ihop räkningarna helt, eller inte kunnat beskriva lösningen på ett tillräckligt tydligt sätt.
- 3p: Helt korrekt lösning (med något skönhetsfel tillåtet).

Detta poängsystem används på båda delarna. Vi bifogar i slutet av detta dokument ett förslag på hur en B1-skrivning skulle kunna se ut. Där har vi även gjort ett förslag om vad som skulle kunna krävas för 1 respektive 2 poäng på godkäntdelen.

Godkäntdelen

Här finns totalt 18p att få. För godkänt krävs 9 p, samt att man inte har 0p på mer än en uppgift.

Överbetygsdelen

Här finns totalt 12p att hämta. Det krävs 4p för att få en 4:a och 7p för en 5:a. När man bedömer detta ska man tänka på att endast kanske 10p är tillgängliga även för duktiga elever som bör ha en 5:a, detta på grund av sista uppgiftens svårare karaktär (mer om sistauppgiften nedan).

[1] Uppgiften löd: ”Låt D vara det ändliga område i xy-planet som begränsas av linjen $y = x$ och parabeln $y = x^2$. Bestäm volymen av den kropp som uppstår då D roterar kring linjen $y = x$.”

Kommentarer

Vi samlar här några kommentarer och tankar om förslaget och dess eventuella effekter.

– Ett praktiskt problem är hur en skrivning av denna typ ska vägas med en av den typ som gäller nu. För studenter som började 2017 eller tidigare gäller föjande: Godkänt på del ett ger poängen 3.0. Den som dessutom har n poäng på överbetygsdelen får poängen $3 + 0.25 \times n$ avrundat nedåt till hela tiondelar.

– Det kan verka som att gå från 6 till 10 tal på samma skrivtid innebär en kraftig försvåring av skrivningen. Tanken är dock att uppgifterna inte skall innehålla deluppgifter från olika områden. Dessutom hoppas vi att studenter som bara siktar på godkänt skall kunna fokusera på godkäntdelen, medan det för elever som aspirerar på högre betyg ingår att klara av godkäntdelen på en tämligen kort tid (kom ihåg att de inte behöver mer än klara den – det är ingen bonus för att göra den bra). Det ingår s.a.s. i betygssättningen att man är så pass säker på dessa moment att man hinner med delar av överbetygsdelen. Detta ska man tänka på när man bedömer hur många poäng som behövs för olika betyg. Notera att studenterna inte behöver lösa samtliga uppgifter. Man kan välja bort de som bedöms vara ”för svåra” och ändå få en 5:a.

– Vad gäller uppgift 1 på A1 och B1 – som anknyter till färdighetsproven –, kommer denna att förändras till en första uppgift i 6 delar (a–f) istället, där uppgifterna är direkt tagna från färdighetsproven. Endast svar anges och 0–3 rätt ger 0p, 4 rätt 1p, 5 rätt 2p och 6 rätt 3p. Studenten kan bli godkänd trots 0p på uppgift 1.

– Naturligtvis måste man klara godkäntdelen för att kunna få poäng på överbetygsdelen. På varje tenta! Så det går inte att klara godkäntdelen en gång och sedan ta överbetygsdelen vid ett annat tillfälle!

– Att en av uppgifterna på överbetygsdelen är svårare än vad som är vanligt idag innebär inte att det ska vara ett ”klurighetstest”, utan mer att man kan lösa en uppgift som normalt kräver lite större mognad än vad kursen egentligen ger. Det kan t.ex. innebära en övning på någon variation av teorin (som t ex den tidigare nämnda B2-uppgiften). Ledstjärnan är att när studenterna fått uppgiften förklarad för sig så har de fått en ny insikt som bygger vidare på det de lärt sig. Meningen med denna uppgift är att den ska stimulera duktiga elever att tänka ett steg djupare än de kanske annars väljer att göra.

– Modellen premierar dem som hoppar över lämpliga delar av godkäntdelen, vilket kräver en god förståelse för ämnet.

Exempelskrivning, B1

Varje uppgift kan 0, 1, 2 eller 3 poäng. Eventuell bonuspoäng erhålls antingen *på godkänt-delen eller på överbetygsdelen.*

Godkäntdel

För att bli godkänd på skrivningen krävs minst 9 av 18 poäng och högst en uppgift med 0 poäng på denna del.

1. *Till denna uppgift krävs endast svar. 0–3 rätt ger 0p, 4 rätt ger 1p, 5 rätt ger 2p och 6 rätt ger 3p.*

a) Ange det exakta värdet av $\tan 60^\circ$.

b) Skriv $\ln 12 - 2\ln 2$ som en enda logaritm. Förenkla så långt som möjligt.

c) I en triangel är två sidor 1 cm och vinkeln mellan dem är 60°. Hur lång är den tredje sidan?

d) Lös olikheten $x^2 + 5x + 4 \leq 0$.

e) Lös ekvationen $\sqrt{x-1} = \sqrt{-3x+3}$.

f) Lös ekvationen $16^x + 12 \cdot 4^x + 32 = 0$.

2. Beräkna gränsvärdena

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3 + \ln x}{x^3 \arctan x}, \quad \lim_{x\to 1} \frac{\sin(x-1)}{x^3-1}, \quad \lim_{x\to+\infty} x\left(\sqrt{x^2+3} - \sqrt{x^2-3}\right).$$

3. Definiera vad som menas med absolutbeloppet av det reella talet x, och lös ekvationen $x^2 + |x| = 1$.

4. Definiera vad som menas med att en funktion är deriverbar, samt bestäm andraderivatan $\frac{d^2}{dx^2} e^{\sin x}$.

5. Skissera grafen till funktionen $f(x) = \ln(3 + x^2) - \ln|1 + x|$. Bestäm alla stationära punkter, extrempunkter och asymptoter.

6. I triangeln ABC gäller att $\angle A = 90^\circ$. Från A dras medianen AM (dvs M är mittpunkten på sträckan BC), bisektrisen AK och höjden AH. Visa att sträckan AM är lika lång som sträckan MB och att $\angle MAK = \angle KAH$.

Överbetygsdel

Om du klarat föregående del har du chans på överbetyg. För att få betyg 4 krävs minst 4 poäng på denna del. För betyg 5 krävs minst 7 poäng.

7. En triangel begränsas av x-axeln och de två linjerna $y = kx$ och $y = x/k + k$, där $k > 1$. Bestäm den minsta möjliga arean av en sådan triangel.

8. Då en person befinner sig i en varmluftsballong h km ovanför jordytan är avståndet till horisonten d km. Ballongen stiger rakt upp med konstant fart 1 km/h. Jorden kan betraktas som ett klot med radien R km.

- **a)** Med vilken hastighet ökar avståndet till horisonten då personen befinner sig på höjden 3 km? Svaret får endast innehålla R som obekant.
- **b)** Vid vilken höjd $h \geq 2$ ökar avståndet till horisonten snabbast?

9. Bestäm koefficienten framför x^{50} i polynomet

$$(1+x)^{1000} + (1+x)^{999}x + (1+x)^{998}x^2 + \cdots + (1+x)x^{999} + x^{1000}.$$

10. Bestäm ett 5:e-gradpolynom p sådant att $\sin(5\theta) = p(\sin\theta)$ för alla $\theta \in \mathbb{R}$, och använd sedan detta för att bestämma ett uttryck för $\sin(\pi/5)$.

Vad krävs på respektive uppgift i godkäntdelen?

Så här skulle ett utkast till rättningsmall kunna se ut för ovanstående tentamen.

1. —

2. 1p: Ett av gränsvärdena helt rätt.

2p: Två av gränsvärdena helt rätt.

3. 1p: Känner till definitionen av $|x|$ *eller* delar upp ekvationen i fall.

2p: Känner till definitionen av $|x|$ *och* delar upp ekvationen i fall.

4. 1p: Känner till definitionen av deriverbarhet, *eller* gör en korrekt beräkning av förstaderivatan.

2p: Känner till definitionen av deriverbarhet *och* gör en korrekt beräkning av förstaderivatan.

5. 1p: Bestämmer alla stationära punkter, *eller* alla asymptoter.

2p: Bestämmer alla stationära punkter *och* alla asymptoter. Ritar en figur som inte motsäger dessa.

6. 1p: Vetskap om vad en bisektris och höjd är, till exempel genom att rita en figur där de tre markeras, *eller* visar att $AM = MB$.

2p: Bägge delarna ovan.